Responsio ad Animadversionem ad Davidis Gregorii *Catenariam*, *Act. Eruditorum Lipsiæ. Mense Februarii An.* 1699.

QUÆ in Animadversione ad nostras de Catenaria Demonstrationes objicit Anonymus sunt hæc. Quod rem ab aliis jam ante septennium inventam & publice expositam demonstrare aggressus sim, modo quodam meo. Ita quidem est, & me hoc facturum in ipsa præfatione sum professus. Quid vero hic redarguendum sit non capio. Celeberrimi viri Hugenius, Leibnitius & Bernoullius plurimas Catenariæ proprietates detexerunt & ediderunt, at non demonstrarunt. Ego, quod suscepi, demonstrationes pertexui. An Archimedi honeste objiciatur illum *post diutiorem Temporis moram eorum de Helicibus Theorematum demonstrationes edidisse quæ Conon repperit at non demonstravit*? Hoc tamen profitetur, in *præf. ad Librum de istis lineis, Archimedes.* Ego certe Credo ita demum Geometriæ suam sinceritatem, decusque constare, si nihil non demonstratum in publicum proferatur, saltem per annos plures non demonstratum maneat.

Sed an res hæc (nempe Catenariæ Natura & proprietates primariæ) ab aliis inventa & publice exposita fuit? Certe ista Catenariæ proprietas, Corol. 6. Prop. 2. aliis

 indicta

indicta est penitus ante editas hasce demonstrationes. Cum tamen sit ni fallor inter primarias illius proprietates, & omnium longe utilissima, & ad vitæ communis usus facillime reducenda. Ab omni ævo, in ædificiis publicis fornices arcusque tam ad firmitatem quam pulchritudinem adhibuerunt Architecti: Qualis tamen sit fornicis figura legitima ad usque editas nostras demonstrationes ignoratum est. Citato enim Corollario dictum est primo, *Catenam in plano verticali, sed situ inverso, figuram servare nec decidere, adeoque arcum seu fornicem facere tenuissimum: Hoc est sphæras minimas rigidas & lubricas in inversa curva Catenaria dispositas arcum constituere cujus nulla pars ab aliis extrorsum vel introrsum propellitur; sed manentibus infimis punctis immotis, virtute suæ figuræ sustineri.* Verum quidem est fornices firmos jam olim fuisse extructos: sed ad dictum Corol. ostensum id exinde fieri, quod in *crassitie cujuslibet eorum quædam Catenaria inclusa sit: neque si tenuissimus esset, partesque haberet lubricas sustineretur alterius figuræ arcus.*

Agnoscit tamen postea Animadversionis Auctor Operæ pretium fore si res licet cognita dudum, ex novo sed solido principio derivaretur. Quomodo Res Geometrica non demonstrata dici possit cognita, ego non Capio, nisi assertum pro cognito habeatur, axioma certe Geometriæ promovendæ parum idoneum. Nullus dubito quin Celebres supra nominati Viri Theorematum inventores illorum demonstrationes noverint. At certe non ediderunt, nec alios ab illis edendis arcere voluerunt: Neque omnia ad Funiculariam attinentia exhauriverunt, ut ex dictis de Fornicis figura constat. Si propriorum pulcherrimorum Theorematum demonstrationes publici juris fecissent, ego de aliis demonstrationibus condendis, neque forsan de aliis Theorematibus inveniendis cogitassem nunquam.

Sufficere ait Animadversor si consideretur quomodo propositionem primam & primariam cui reliquæ superstruuntur

ſtruuntur demonſtraverim ego. Neque illi ſuffeciſſe credendum, niſi quia in aliis quod commentario ſuo in pejus detorquere poſſet invenire nequibat. Et certe ſi, aſſumpta primaria Catanariæ proprietate, ad alia exinde eruenda me protinus contuliſſem, nihil feciſſem quod à principibus Geometris non ſit factum: Et in iſto caſu proprietates ſequentibus propoſitionibus 6, & 29 corollariis, de aſſumpta Curva legitimè demonſtratæ (quod ante non erat factum) jure habendæ forent. Malui tamen ex Catenæ natura proprietatem iſtam in anteceſſum eruere per prop. hanc primam, quam attente conſiderandam ſibi proponit Animadverſor.

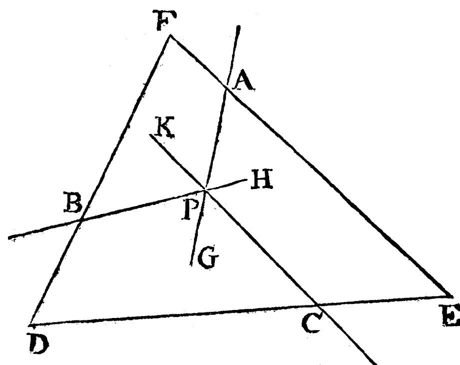
Primum quod reprehendat invenit, quod quædam ex Mechanicis conſtare dixerim, quæ diſtinctius enuntiare atque etiam applicare operæ pretium fuiſſe ait. Ego qui Geometris demonſtranda Theoremata quædam ſuſceperam, omnia minutim exequenda non credebam, ſed vulgo nota & ex aliis ſcientiis petita aſſumere fas eſſe etiamnum arbitror; preſertim ſi ipſum Theorema, ut in caſu preſenti, aperte enunciaverim. Verum ut Animadverſori gratum faciam, Lemma iſtud demonſtrabo, cum diſtinctius enuntiare nequeam, quam eſt hactenus factum in hæc verba.

LEMMA.

Potentiæ tres in æquilibrio poſitæ eandem habent rationem cum rectis tribus ad ipſarum directiones parallelis, vel in dato angulo inclinatis, à mutuo occurſu terminatis.

Puta ſi potentiæ tres trahentes, impellentes vel utcunque agentes, ſecundum rectas PA, PB, PC ſint in æquilibrio; & inclinentur ad has directiones tres rectæ EF, FD, DE in angulo quovis dato, hoc eſt ſi anguli EAP, FBP, DCP fuerint æquales, Dico potentias

A, B & C esse inter se ut rectæ F E, F D & D E. Producantur rectæ A P, B P, C P in G, H & K.



In quadrilatero F A P B, cum angulus externus E A P sit, ex hypothesi, æqualis interno & oppsito P B F, Erunt interni duo oppositi F A P & F B P æquales duobus rectis; Cumque omnes quatuor interni quatuor rectis æquentur, erunt reliqui duo F & A P B in eodem quadrilatero oppositi, duobus rectis etiam æquales. Sed A P B & B P G efficiunt duos rectos, & igitur angulus F est æqualis angulo B P G. Similiter Ostendentur D & B P K æquales, item E & A P K.

Quoniam tres potentiæ sunt in æquilibrio, sunt immotæ, & igitur earum quælibet pro hypomochlio haberi potest reliquarum duarum respectu quæ in æquilibrio manent. Si B habeatur pro hypomochlio, per Mechanicæ notissimum theorema, Potentia A est ad potentiam C, sicut sinus anguli B P K ad sinum anguli B P G, hoc est sinus anguli D ad sinum anguli F, hoc est recta F E ad rectam D E. Rursus, posito C hypomochlio, potentia A est ad potentiam B ut sinus anguli C P H ad sinum anguli C P G, sive sinus anguli B P K ad sinum anguli A P K, hoc est sinus anguli D ad

ad ſinum anguli E, hoc eſt ut recta FE ad rectam FD. Tres igitur potentiæ A, B & C ſunt ut rectæ FE, FD & DE. q. e. d.

Prima Demonſtrationis meæ verba vera eſſe agnoſcit *lin.* 16. *pag.* 88, in ſenſu ibi poſito, quem ego viciſſim pro vero & meo agnoſco: Sed hæc facilius ex præmiſſo Lemmate ſequuntur, ſi mecum concipiatur totius lineolæ dD gravitas in ejus medium punctum congregari, nempe grave in ejus centrum gravitatis ut Geometris ſolenne eſt; atque grave hoc, rotatione circa d centrum, in ſitum perpendicularem, ſive inter d & Terræ centrum ferri; hoc eſt, primo momento, per rectam ad dD normalem.

Demonſtrationis meæ verba ſequentia aliquot *lin.* 24. *pag.* 88. & ſeqq. apponit, quibus ſuum in illa commentarium ſubnectit, in cujus ultimis verbis nempe, *ut conſtans quædam recta eſt ad illam ipſam portionem*, æquivocationi fundamentum ponit. Si per *conſtantem hanc rectam* intelligat infinite parvam, ejuſdemque generis cum dD *viz.* conſtantem fluxionem ordinatæ in Catenaria, mecum facit, eſtque illud ipſum quod dixi in primis vocibus ab illo citatis, *lin.* 14 & ſeqq: Sed in hoc ſenſu non explicant verba mea ultimo citata quibus explicandis adduci videntur. In illis enim loquor non de gravitate lineæ dD quâ in ſitum verticalem ſe componere conatur, ſed de gravitatis hujus cauſa, quam ad diſtinctionem voco *Gravitatis actionem* in Dd normaliter exertam. Atque cauſam hanc exponi jubeo per rectam *a*, ejuſdem nempe generis lineam cum Catenæ longitudine quam ille aſſignabilem vocat. Superius quidem lineæ Dd gravitatis partem eam qua in ſitum verticalem ſe componere conatur, repreſentari oſtendi per infinite parvam ſed conſtantem dδ: At hujus cauſam, quam gravitatis actionem voco, per aſſignabilem & conſtantem *a* expono. Verba enim mea ſunt *Gravitatis actio in partes correſpondentes Catenæ* Dd *normaliter exerta etiam conſtans erit*

erit ſive ubique eadem. Exponatur hæc per rectam a. Falſo igitur poſt verba hæc *Exponatur hæc* ſubjungit (*conſtans Gravitationis quantitas*) Et ut fidem falſæ hinc expoſitioni faciat, prius & etiam poſtea (lineis 29 & 35 *pag.* 88.) vocem *gravitationis* ſcribit charactere Italico, quali ubique mea verba à ſuis diſtinguit, cum interim à voce hac nimis ambigua prorſus abſtineo, & gravitatem pro effectu, gravitatis actionem pro cauſa uſurpo ſemper. Potuiſſet Cauſa, five Gravitationis Actio, per eandem δ d etiam exponi: Et ita quidem feciſſem ſi nulla fuiſſet occaſio hunc applicandi potentias modum mutare. Verum cum in decurſu hoc ſit factum, ita ut ponderis per M F trahentis vis infinite quam nunc major evadat, ideo Cauſam utrique modo applicationis communem, per lineam ordinariam exponere volui.

Poſtquam ſemel invenit, vel inveniſſe fingit me gravitationis quantitatem qua linea d D circa d mobilis ſitum verticalem affectat, per lineam a exponere vel repreſentare, multa undique illi occurrunt monſtra quibuſcum *pag.* 89 & 90 fortiter pugnat. De horum (quippe ſuorum) ſalute videat ipſe: ad me nihil attinent: Ego ſiquidem de ponderibus π & z ab ipſo in ſcenam productis ne verbum; qui in vocibus ab ipſo citatis ſic aio, d δ *repreſentabit gravitatis partem eam qua ſit ut* D d *in ſitum verticalem ſe componere conatur*; & rectam aſſignabilem *a* exponere jubeo gravitatis prædictæ actionem, quarum altera eſt effectus, altera Cauſa. Licetque, ni fallor, cauſam ab effectu diſtinguere, & per lineas diverſas exponere, modo hæ ſemper ſint proportionales, ut in noſtra repreſentatione fit: Effectum ſiquidem per conſtantem infinite parvam, Cauſam per conſtantem aſſignabilem.

Poſteriore parte paginæ 89, poſt citata quædam ex meis verbis, ait non ſatis apparere Lemmatis Mechanici vel ſenſum vel applicationem. De ejus ſenſu hactenus dictum, quem nunc ſatis apparere non dubito: De applicatione nunc agendum.

Si

Si concipiatur (ut ſupradictum) lineolæ d D gravitas abſoluta per d D expoſita, in ejus centro gravitatis M collecta, & grave hoc ſecundum directionem M F ad d D normalem vi gravitatis ſuæ deſcendere: Potentia ſecundum M D trahens quæ in æquilibrio eſt cum prædicto gravi, per præmiſſum lemma, eſt ad ejus momentum ſive potentiam trahentem ſecundum M F, ſicut δ D ad δ d. Nam angulus δ D d, quo D δ inclinatur ad M D, æqualis eſt angulo d ε F quo d δ inclinatur ad M F; *viz.* uterque complementum anguli d ad rectum. Atque hoc etiam obtinet, agnoſcente Animadverſore, ſi ut in vulgari Mechanica, prædictum grave plano M F incumbens, interpoſita trochlea ad M, trahatur ab alio gravi ipſi M D incumbente: Erit hoc ad illud ſicut D δ ad d δ.

Quod ſi, reliquis manentibus, modus applicationis harum potentiarum mutetur, ita ut ad flexilis lineæ d D, cujus extremum d immotum, punctum medium M applicetur pondus ſecundum M F vires exerens, quippe arcum centro d, radio d M, in deſcenſu deſcripturum: Erit Ponderis hujus vis, ad flexilem lineam rectam ad M incurvandam, infinita reſpectu vis ſuæ gravitatis abſolutæ; & vis ſecundum M D trahens ad modo deſcriptam incurvationem impediendam requiſita, etiam infinita

nita respectu ejus quæ prius requiribatur ad pondus M in plano M F sustinendum. Adeo ut potentiæ quæ, in priore applicationis modo, exponebantur per d δ, δ D, nunc exponendæ veniant per infinite majores prioribus proportionales: Nam, ut prius, pondus M trahit secundum directionem M F, & potentia illud sustinens secundum M D; & hæc duo esse in æquilibrio, ex partium Catenæ quiete constat. Eadem igitur manebit harum ratio quæ prius fuerat. Sed causa quæ lineam flexilem d D (cujus extremum d immotum, cujusque medio puncto M applicatur grave infinite quidem parvum, sed cujus vires per hunc applicationis modum infinite majores redduntur, & proinde in Animadversoris phrasi assignabiles fiunt) in rectam extendit, est Catenæ D A gravitas quæ est ipsius longitudini proportionalis. Hæc ergo est ad constantem & assignabilem *a* (constanti sed inassignabili d δ proportionalem) ut D δ ad δ d. Atque sic Animadversori patere credo veram conclusionem absque assumptis erroneis fuisse probatam.

Ad sugillationes sub initium ac finem Animadversionis istius tam indecore sparsas, commodius respondebitur, cum Auctor innotescet; Nam cum ignoto de Mathematicis posthac, nedum aliis, disputare facile mihi non persuaserim.